Roll No. _____ **Code No. PS-058**

FOURTH SEMESTER EXAMINATION 2021-22

Class - B.Sc.

Subject - Mathematics

Time : 2.30 Hrs. **Max. Marks : 80**

Total No. of Printed Page : 07 **Mini. Marks : 28**

नोट – प्रश्न पत्र तीन खण्डों में विभक्त है । सभी तीन खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार हल कीजिये । अंकों का विभाजन प्रत्येक खण्ड में दिया गया है ।

Note: Question paper is divided into three sections. Attempt question of all three section as per direction. Distribution of Marks is given in each section.

खण्ड – 'अ' Section - 'A'

प्रत्येक इकाई से दो प्रश्न हल कीजिये ।

Attempt two questions from each unit.

अतिलघुउत्तरीय प्रश्न, शब्द सीमा 30 शब्दों में। **(10x2=20)**

Very short answer question (word limit 30 words.)

इकाई – I / Unit -I

1. सरल रेखाओं के कुल $y = mx + \frac{a}{m}$ का अन्वालोप ज्ञात कीजिये।

   Fine envelopes the family of straight line $y = mx + \frac{a}{m}$.

2. परवलय $y^2 = 4ax$ का केन्द्रज ज्ञात कीजिये।

   Find evolutes of parabola $y^2 = 4ax$.

3. उच्चिष्ठ एवं निम्निष्ठ के लिए पर्याप्त प्रतिबंध (दो स्वतंत्र चरों के लिए लाग्रांज का प्रतिबंध) लिखिए।

   Write sufficient conditions for Maxima and Minima. (Lagrange's) condition for two indepedent variables).

इकाई – II / Unit -II

4. बीटा फलन को परिभाषित कीजिये।

   Define Beta function.

5. मान ज्ञात कीजिये – $\int_0^1 x^2 (1-x)^3 \, dx = ?$

   Evaluate : $\int_0^1 x^2 (1-x)^3 \, dx = ?$

6. दर्शाइये कि $\int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{-\log y}} = \sqrt{\pi}$

   Show that : $\int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{-\log y}} = \sqrt{\pi}$

इकाई – III / Unit -III

7. हल कीजिये – $yzp + zxq = xy$

   Solve : $yzp + zxq = xy$

8. हल कीजिये – $p^2 + q^2 = 1$

   Solve : $p^2 + q^2 = 1$

9. पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिये – $p^2 + q^2 = x + y$

   Find complete Integral : $p^2 + q^2 = x + y$

इकाई – IV / Unit -IV

10. हल कीजिये – $t = \sin xy$

    Solve : $t = \sin xy$

11. अचर गुणांकों सहित एक रैखिक आंशिक अवकल समीकरण को परिभाषित कीजिये।

    Define a linear partial differential equation with constant coefficients.

12. समीकरण $r-2s+t=\sin(2x+3y)$ का विशिष्ट समाकल ज्ञात कीजिये।

Find particular Integral of the equation $r-2s+t=\sin(2x+3y)$.

इकाई – V / Unit -V

13. रैखिक फलनक को परिभाषित कीजिये।

Define linear functional.

14. निम्न वक्र की निकटता का अन्वेषण (सामीप्य) विवेचना कीजिये –

$y(x)=\frac{\sin nx}{n^2},\ y_1(x)\equiv 0,[0,\pi]$

Investigate the closeness of the following curve :

$y(x)=\frac{\sin nx}{n^2},\ y_1(x)\equiv 0,[0,\pi]$

15. वक्रों $y=\log x$ और $y=x$ के बीच अंतराल $[e^1,e]$ पर प्रथम कोटि दूरी ज्ञात कीजिये।

Find the first order distance between the curves $y=\log x$ and $y=x$ on the interval $[e^1,e]$.

खण्ड – 'ब' Section - 'B'

लघुउत्तरीय प्रश्न (शब्द सीमा 60 शब्द)

Short answer question (words limit 60 words) **5x6=30**

सभी प्रश्न हल कीजिये।

Attempt all questions.

इकाई – I / Unit -I

16. दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ का केन्द्रज ज्ञात कीजिये।

Find the evalute of the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

अथवा / OR

निम्न फलन $u = x^3 + y^3 - 3axy$ के उच्चिष्ठ अथवा निम्निष्ठ की विवेचना कीजिये।

Discuss the maxima or minima of the following function :

इकाई – II / Unit -II

17. दिखाईये कि $\lceil(m)\left\lceil\left(m+\frac{1}{2}\right)\right. = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m-1}}\ \lceil(2m)$ जहां एक धनात्मक वास्तविक संख्या है ।

To show that : $\lceil(m)\left\lceil\left(m+\frac{1}{2}\right)\right. = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m-1}}\ \lceil(2m)$

where is positive real number

अथवा / OR

हल कीजिये – $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{1-x^2-y^2}\ dy$

Solve : $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{1-x^2-y^2}\ dy$

इकाई – III / Unit -III

18. हल कीजिये – $\left(x^2 - yz\right)p + \left(y^2 - zx\right)q = z^2 - xy$

Solve : $\left(x^2 - yz\right)p + \left(y^2 - zx\right)q = z^2 - xy$

अथवा / OR

चारपिट विधि से हल कीजिये : $z = px + qy + pq$

Solve by charpit's method : $z = px + qy + pq$

इकाई – IV / Unit -IV

19. हल कीजिये – $s-t=\frac{x}{y^2}$

Solve : $s-t=\frac{x}{y^2}$

अथवा / OR

हल कीजिये – $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=x-y$

Solve : $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=x-y$

इकाई – V / Unit -V

20. निम्नलिखित फलन का चरम ज्ञात कीजिये :

$I\left[y(x)\right]=\int x\left(dx^2+dy^2\right)^{1/2}$

Find the extremals of the functional :

$I\left[y(x)\right]=\int x\left(dx^2+dy^2\right)^{1/2}$

अथवा / OR

फलनक $I\left[y(x)\right]=\int_0^{\log 2}\left(e^{-x}y'^2-e^{x}y^2\right)dx$ के चरम ज्ञात करने के समस्या के निर्देशांक रूपान्तरण के अंतर्गत ऑयलर समीकरण की निश्चिता का सत्यापन कीजिये।

Verify invariance of Euler's equation under co-ordinates transformation in the problem of finding the extrenals of the functional : $I\left[y(x)\right]=\int_0^{\log 2}\left(e^{-x}y'^2-e^{x}y^2\right)dx$.

खण्ड – 'स' Section - 'C'

दीर्घउत्तरीय प्रश्न–

Long answer question: **2x15=30**

निम्नांकित में से किन्ही दो प्रश्नों को हल कीजिये।

Attempt any two questions from the following:-

इकाई – I / Unit -I

21. प्रतिबंधों $ax^2+by^2+cz^2=1$ और $lx+my+nz=0$ के अंतर्गत $u=x^2+y^2+z^2$ के उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिये। परिणाम की ज्यामितीय व्याख्या भी कीजिये।

Find the maxima and minima of $u=x^2+y^2+z^2$ subject to the conditions $ax^2+by^2+cz^2=1$ and $lx+my+nz=0$.

Interpret the result geometrically.

इकाई – II / Unit -II

22. समाकलन का क्रम बदलिये –

$\int_0^{a\cos\alpha}\int_{x\tan\alpha}^{\sqrt{a^2-x^2}} f(x,y)\,dxdy$

और जब तो फलन का सत्यापन कीजिये।

Change the order of Integration in : $\int_0^{a\cos\alpha}\int_{x\tan\alpha}^{\sqrt{a^2-x^2}} f(x,y)\,dxdy$ and verify the result when.

इकाई – III / Unit -III

23. हल कीजिये :

(i) $(y+z)p+(z+x)q=x+y$

(ii) $yp=2yx+\log q$

Solve :

(i) $(y+z)p+(z+x)q=x+y$

(ii) $yp=2yx+\log q$

इकाई – IV / Unit -IV

24. समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{x^2\partial^2 z}{\partial y^2}$ का वर्गीकरण कीजिये और विहित रूप में रूपांतरित कीजिये।

Classify and reduce the equation : $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{x^2\partial^2 z}{\partial y^2}$ to canonical form.

इकाई – V / Unit -V

25. वृत्त $x^2+y^2=1$ और सरल रेखा $x+y=4$ के बीच की लघुत्तम दूरी ज्ञात कीजिये।

Find the shortest distance between the circle $x^2+y^2=1$ and the straight line $x+y=4$.

--00--